



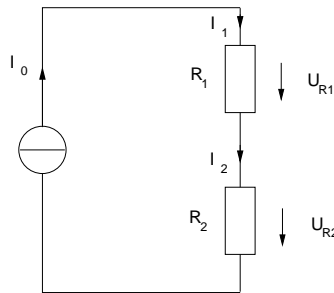
1. Aufgabenblatt mit Lösungsvorschlag

20.04.2010

Themen: Ohmsches Gesetz, Kirchhoffsche Regeln, Spannungs-, Stromteilerregel

Aufgabe 1: Ohmsches Gesetz, Kirchhoffsche Regeln

Gegeben sei das folgende Netzwerk, bestehend aus einer idealen Stromquelle sowie den Widerständen R_1 und R_2 .



- a) Berechnen Sie mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes und der Kirchhoffschen Regeln die Ströme I_1 und I_2 , sowie die Spannungen U_{R1} und U_{R2} .
- b) Leiten Sie aus dem Ergebnis und unter Verwendung der Kirchhoffschen Maschenregel die Formel für die Serienschaltung zweier (mehrerer) Widerstände ab.

Lösungsvorschlag:

a) $I_0 = I_1 = I_2$

$$U_{R1} = I_1 R_1 = I_0 R_1$$

$$U_{R2} = I_2 R_2 = I_0 R_2$$

b) $U_{R_{ges}} - U_{R1} - U_{R2} = 0$

(Maschenregel)

$$I_0 R_{ges} - I_0 R_1 - I_0 R_2 = 0$$

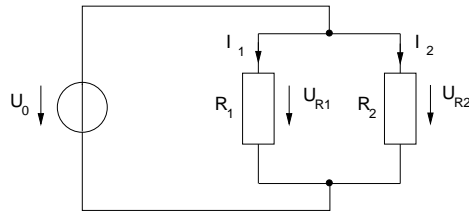
$$R_{ges} = R_1 + R_2$$

$$R_{ges} = \sum_{i=1}^n R_i$$

(für die Serienschaltung mehrerer Widerstände)

Aufgabe 2: Ohmsches Gesetz, Kirchhoffsche Regeln

Gegeben sei das folgende Netzwerk, bestehend aus einer idealen Spannungsquelle sowie den Widerständen R_1 und R_2 .



- a) Berechnen Sie mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes und der Kirchhoffschen Regeln die Ströme I_1 und I_2 , sowie die Spannungen U_{R_1} und U_{R_2} .
- b) Leiten Sie aus dem Ergebnis und unter Verwendung der Kirchhoffschen Knotenregel die Formel für die Parallelschaltung zweier (mehrerer) Widerstände ab.

Lösungsvorschlag:

a) $U_0 = U_{R_1} = U_{R_2}$ (Maschenregel)

$$I_1 = \frac{U_{R_1}}{R_1} = \frac{U_0}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U_{R_2}}{R_2} = \frac{U_0}{R_2}$$

b) $I_{R_{ges}} - I_1 - I_2 = 0$ (Knotenregel)

$$I_{R_{ges}} = I_1 + I_2$$

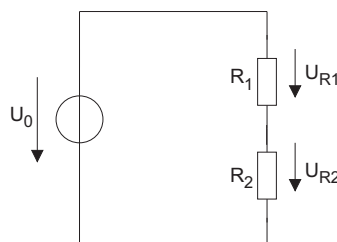
$$R_{ges} = \frac{U_0}{I_{R_{ges}}} = \frac{U_0}{I_1 + I_2} = \frac{U_0}{\frac{U_0}{R_1} + \frac{U_0}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{ges} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}} \quad \text{(für die Parallelschaltung mehrerer Widerstände)}$$

Aufgabe 3: Spannungsteiler

Gegeben sind die Größen U_0 , R_1 und R_2 .

Leiten Sie die Formeln für die Spannungen U_{R_1} und U_{R_2} in Abhängigkeit von den gegebenen Größen her (Spannungsteilerformel).



Lösungsvorschlag:

$$I_{R_{ges}} = I_{R_1} = I_{R_2}$$

$$I_{R_{ges}} = \frac{U_0}{R_{ges}} = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$

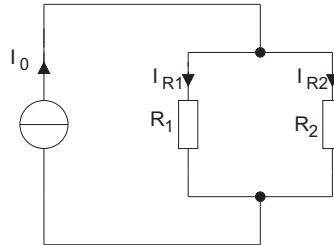
$$U_{R_1} = I_{R_1} R_1 = I_{R_{ges}} R_1 = U_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_{R_2} = I_{R_2} R_2 = I_{R_{ges}} R_2 = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

Aufgabe 4: Stromteiler

Gegeben sind die Größen I_0 , R_1 und R_2 .

Leiten Sie die Formeln für die Ströme I_{R_1} und I_{R_2} in Abhängigkeit von den gegebenen Größen her (Stromteilerformel).



Lösungsvorschlag:

$$U_{ges} = U_{R_1} = U_{R_2}$$

(Maschenregel)

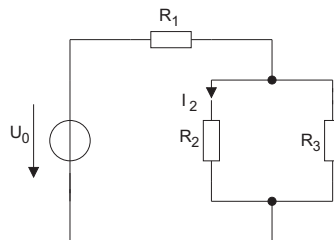
$$U_{ges} = I_0 \cdot R_{ges} = I_0 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_1 = \frac{U_{R_1}}{R_1} = \frac{U_{ges}}{R_1} = I_0 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{R_1} = I_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = \frac{U_{R_2}}{R_2} = \frac{U_{ges}}{R_2} = I_0 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{R_2} = I_0 \cdot \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

Aufgabe 5: Spannungsteiler, Stromteiler

Gegeben ist das untenstehende Netzwerk mit den folgenden Größen U_0 , R_1 , R_2 und R_3 .



- Berechnen Sie den Strom I_2 durch R_2 mit Hilfe der Spannungsteilerregel.
- Berechnen Sie I_2 mit Hilfe der Stromteilerregel.

Lösungsvorschlag:

$$\text{a) } I_2 = \frac{U_2}{R_2} \text{ mit } U_2 = \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1 + (R_2 \parallel R_3)} \cdot U_0$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{U_0}{R_1 + (R_2 \parallel R_3)} \cdot \frac{R_2 \parallel R_3}{R_2} \\ &= \frac{U_0}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \cdot \frac{1}{R_2} \cdot \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \\ &= \frac{U_0 (R_2 + R_3)}{R_1 (R_2 + R_3) + R_2 R_3} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} \\ &= \frac{U_0 R_3}{R_1 (R_2 + R_3) + R_2 R_3} \end{aligned}$$

b) Nach der Stromteilerregel gilt :

$$I_2 = \frac{R_3}{R_2+R_3} \cdot I$$

$$I = \frac{U_0}{R_{ges}} \quad \text{mit } R_{ges} = R_1 + R_2 || R_3 \quad (1)$$

mit (1) ergibt sich für I_2 :

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{R_3}{R_2+R_3} \cdot \frac{U_0}{R_1+(R_2||R_3)} \\ &= \frac{R_3}{R_2+R_3} \cdot \frac{U_0}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2+R_3}} \\ &= \frac{R_3}{R_2+R_3} \cdot \frac{U_0(R_2+R_3)}{R_1(R_2+R_3)+R_2 R_3} \\ &= \frac{U_0 \cdot R_3}{R_1(R_2+R_3)+R_2 R_3} \end{aligned}$$