



### 3. Aufgabenblatt mit Lösungsvorschlag

04.05.2010

Themen: Superpositionsverfahren, Netzwerkanalyse

#### Aufgabe 1:

Folgende Werte des untenstehenden Netzwerkes sind gegeben:

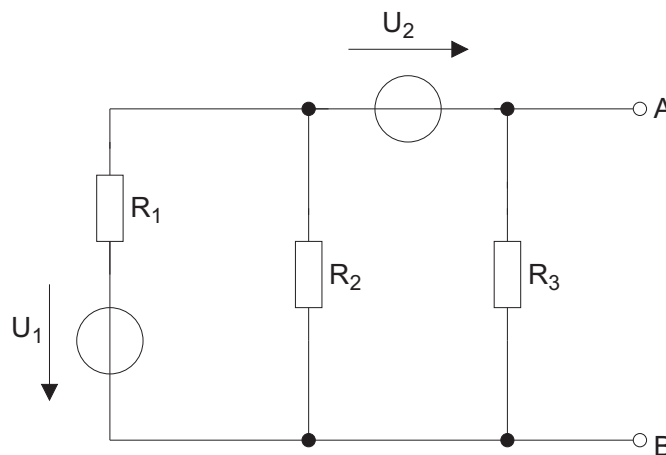
$$U_1 = 1V$$

$$U_2 = 4V$$

$$R_1 = 5\Omega$$

$$R_2 = 10\Omega$$

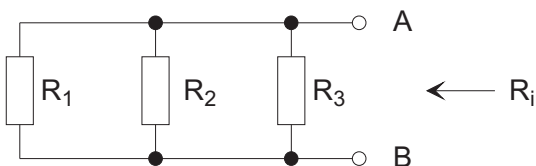
$$R_3 = 2\Omega$$



Berechnen Sie die Leerlaufspannung, den Kurzschlußstrom und den Innenwiderstand bezüglich der Klemmen A und B.

#### Lösungsvorschlag:

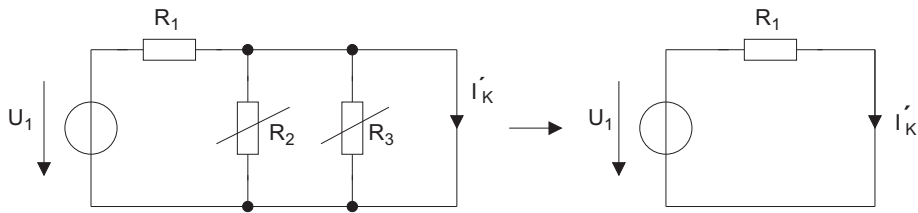
Berechnen des Innenwiderstandes  $R_i$  durch Kurzschließen der Spannungsquellen:



$$R_i = R_1 \parallel R_2 \parallel R_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

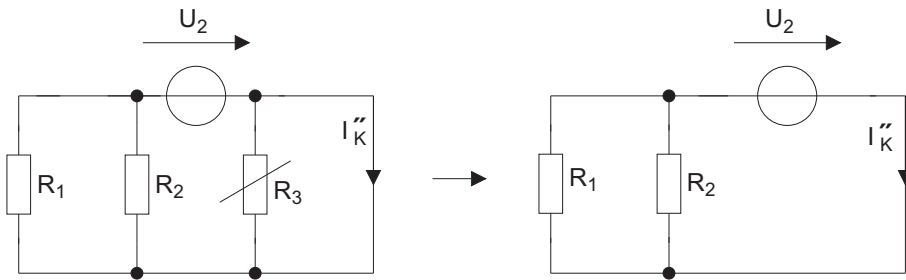
$$R_i = \frac{1}{\frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{2\Omega}} = \frac{1}{\frac{2+1+5}{10\Omega}} = \frac{1}{\frac{8}{10\Omega}} = \frac{10\Omega}{8} = \frac{5}{4}\Omega$$

Berechnung des Kurzschlußstromes  $I'_K$  der von  $U_1$  hervorgerufen wird:



$$I'_K = \frac{U_1}{R_1} = \frac{1V}{5\Omega} = \frac{1}{5}A$$

Berechnung des Kurzschlußstromes  $I''_K$  der von  $U_2$  hervorgerufen wird:



$$I''_K = -\frac{U_2}{R_{ges}} \text{ mit } R_{ges} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = -U_2 \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = -4V \cdot \frac{15}{50\Omega} = -\frac{60}{50}A = -\frac{6}{5}A$$

Berechnung des resultierenden Gesamtstromes  $I_K$ :

$$I_K = I'_K + I''_K = \left(\frac{1}{5} - \frac{6}{5}\right)A = -1A$$

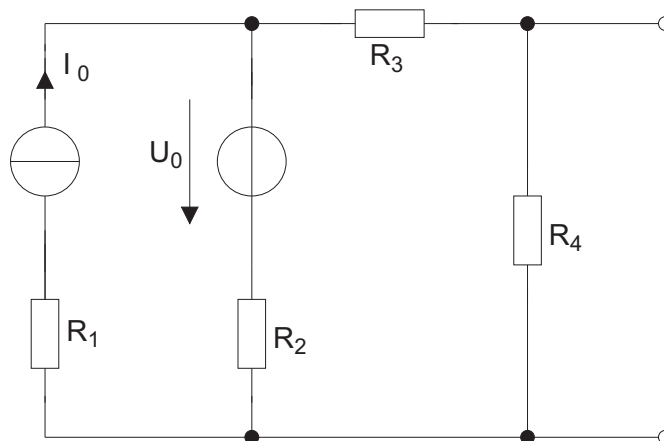
Berechnung der Gesamtleerlaufspannung  $U_L$ :

$$U_L = I_K R_i = -1A \cdot \frac{5}{4}\Omega = -\frac{5}{4}V$$

## Aufgabe 2:

Für untenstehende Schaltung soll die klemmenäquivalente Ersatzstromquelle durch Superposition errechnet werden. Gegeben sind:

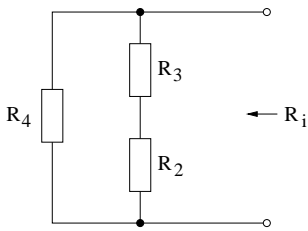
$$\begin{aligned} I_0, U_0 \\ R_1 = 3R \\ R_2 = R_3 = R/2 \\ R_4 = R \end{aligned}$$



- Berechnen Sie den Innenwiderstand des Netzwerkes.
- Errechnen Sie den Kurzschlußstrom  $I_{K'}$ , der von der Stromquelle hervorgerufen wird.
- Errechnen Sie den Kurzschlußstrom  $I_{K''}$ , der von der Spannungsquelle erzeugt wird.
- Geben Sie den resultierenden Gesamtkurzschlußstrom  $I_K$  an.

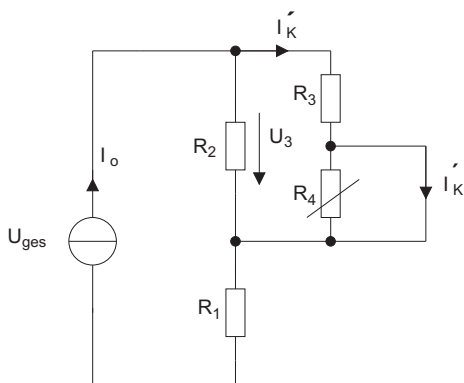
## Lösungsvorschlag:

- a) Berechnung des Innenwiderstandes  $R_i$  durch Kurzschließen der Spannungsquelle und Entfernen der Stromquelle



$$R_i = R_4 \parallel (R_3 + R_2) = \frac{R_4(R_2 + R_3)}{R_4 + R_3 + R_2} = \frac{R(\frac{R}{2} + \frac{R}{2})}{R + \frac{R}{2} + \frac{R}{2}} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2} = 0,5R$$

- b) Berechnung von  $I'_K$



Lösung mit Stromteiler:

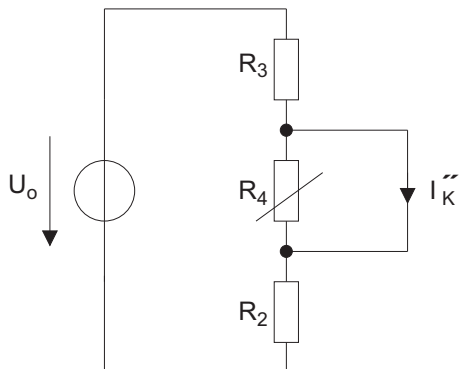
$$I'_K = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I_0 = \frac{I_0}{2}$$

Lösung mit Spannungsberechnung:

$$U_3 = I_0 (R_2 \parallel R_3) = I_0 \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$I'_K = \frac{U_3}{R_3} = \frac{R_2 R_3}{(R_2 + R_3) R_3} I_0 = \frac{I_0}{2}$$

- c) Berechnung von  $I''_K$



$$I''_K = \frac{U_0}{R_2 + R_3} = \frac{U_0}{R}$$

- d) Berechnung des Gesamtkurzschlußstromes  $I_K$

$$I_K = I'_K + I''_K = \frac{I_0}{2} + \frac{U_0}{R}$$

### Aufgabe 3:

Gegeben sei das untenstehende Netzwerk mit den folgenden Größen:

$$R_1 = R_2 = 5k\Omega$$

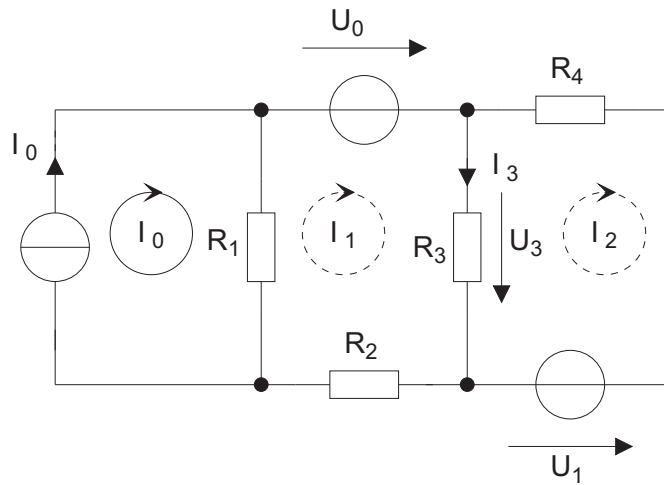
$$R_3 = 20k\Omega$$

$$R_4 = 10k\Omega$$

$$U_0 = 4V$$

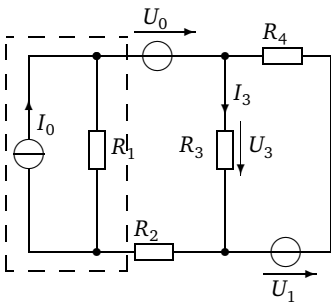
$$U_1 = 6V$$

$$I_0 = 4mA$$



Berechnen Sie die Spannung  $U_3$  und den Strom  $I_3$  mit Hilfe des Maschenstromverfahrens.

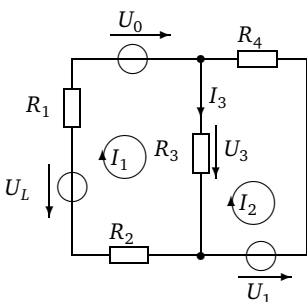
### Lösungsvorschlag:



Umwandeln der Stromquelle  $I_0$  und  $R_1$  in eine Ersatzspannungsquelle.

$$U_L = R_1 I_0$$

$$R_i = R_1$$



Aufstellen der Maschengleichung

$$\begin{pmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_3 + R_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 I_0 - U_0 \\ U_1 \end{pmatrix}$$

Berechnen der Maschenströme

$$\begin{pmatrix} 30k\Omega & -20k\Omega \\ -20k\Omega & 30k\Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16V \\ 6V \end{pmatrix} \begin{matrix} (\cdot 2) \\ (\cdot 3) \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 60k\Omega & -40k\Omega \\ -60k\Omega & 90k\Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32V \\ 18V \end{pmatrix} + 1. \text{ Zeile}$$

$$\begin{pmatrix} 60k\Omega & -40k\Omega \\ 0 & 50k\Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32V \\ 50V \end{pmatrix}$$

$$50k\Omega I_2 = 50V$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{50V}{50k\Omega} = 1mA$$

$$60k\Omega I_1 - 40k\Omega I_2 = 32V$$

$$\Rightarrow 60k\Omega I_1 = 32V + 40k\Omega I_2$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{32}{60}mA + \frac{2}{3}mA$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{8}{15}mA + \frac{10}{15}mA = \frac{18}{15}mA = \frac{6}{5}mA$$

Aus den Maschenströmen  $I_1$  und  $I_2$  ergibt sich für  $I_3$ :

$$I_3 = I_1 - I_2 = \frac{6}{5}mA - \frac{5}{5}mA = \frac{1}{5}mA = 0,2mA$$

$$U_3 = I_3 R_3 = 0,2mA \cdot 20k\Omega = 4V$$

#### Aufgabe 4:

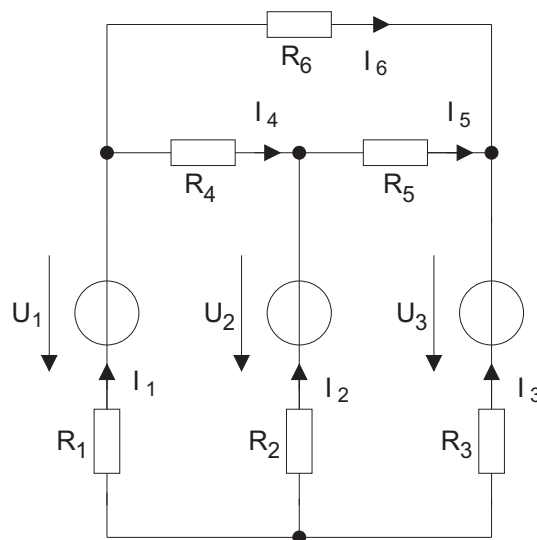
Gegeben sei das untenstehende Netzwerk mit den folgenden Größen:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R$$

$$U_1 = 2U_0$$

$$U_2 = U_0$$

$$U_3 = 3U_0$$

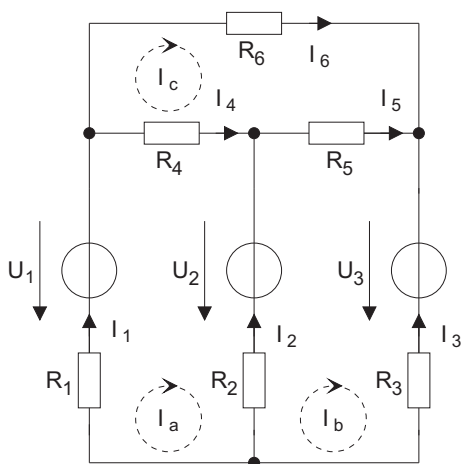


a) Berechnen Sie nach dem Maschenstromverfahren sämtliche Zweigströme im nebenstehenden Netzwerk.

b) Geben Sie auch die entsprechenden Zweigspannungen des Netzwerkes an.

#### Lösungsvorschlag:

a) Aufstellen der Maschengleichung



$$\begin{pmatrix} R_1 + R_2 + R_4 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + R_5 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_4 + R_5 + R_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 - U_2 \\ U_2 - U_3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Berechnen der Maschenströme

$$\begin{pmatrix} 3R & -R & -R \\ -R & 3R & -R \\ -R & -R & 3R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_0 \\ -2U_0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} (\cdot 3) + 1. \text{ Zeile} \\ (\cdot 3) + 1. \text{ Zeile} \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3R & -R & -R \\ 0 & 8R & -4R \\ 0 & -4R & 8R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_0 \\ -5U_0 \\ U_0 \end{pmatrix} (\cdot 2) + 2. \text{ Zeile}$$

$$\begin{pmatrix} 3R & -R & -R \\ 0 & 8R & -4R \\ 0 & 0 & 12R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_0 \\ -5U_0 \\ -3U_0 \end{pmatrix}$$

Daraus erhält man für die einzelnen Maschenströme

$$12R I_c = -3U_0$$

$$\Rightarrow I_c = -\frac{U_0}{4R}$$

$$8R I_b - 4R\left(-\frac{U_0}{4R}\right) = -5U_0$$

$$\Rightarrow 8R I_b + U_0 = -5U_0$$

$$\Rightarrow 8R I_b = -6U_0$$

$$\Rightarrow I_b = -\frac{6U_0}{8R} = -\frac{3U_0}{4R}$$

$$3R I_a - R\left(-\frac{3U_0}{4R}\right) - R\left(-\frac{U_0}{4R}\right) = U_0$$

$$\Rightarrow 3R I_a + \frac{3}{4}U_0 + \frac{1}{4}U_0 = U_0$$

$$\Rightarrow 3R I_a + U_0 = U_0$$

$$\Rightarrow I_a = 0$$

Berechnen der einzelnen Zweigströme

$$\begin{aligned}I_1=I_a &= 0 \\I_2=I_b - I_a &= -\frac{3U_0}{4R} \\I_3=-I_b &= \frac{3U_0}{4R} \\I_4=I_a - I_c &= \frac{U_0}{4R} \\I_5=I_b - I_c &= -\frac{U_0}{2R} \\I_6=I_c &= -\frac{U_0}{4R}\end{aligned}$$

b) Berechnung der resultierenden Zweigspannungen

$$\begin{aligned}U_{Z1}=I_1R_1 &= 0 \\U_{Z2} &= -\frac{3}{4}U_0 \\U_{Z3} &= \frac{3}{4}U_0 \\U_{Z4} &= \frac{1}{4}U_0 \\U_{Z5} &= -\frac{1}{2}U_0 \\U_{Z6} &= -\frac{1}{4}U_0\end{aligned}$$